



СЕДМИ МЕМОРИЈАЛЕН МАТЕМАТИЧКИ НАТПРЕВАР

АЛЕКСАНДАР БЛАЖЕВСКИ - ЦАНЕ

КАТЕГОРИЈА: СЕНИОРИ

Ден 1: Сабота, 24. Јануари 2026

Задача 1. Малер се наоѓа пред 101 последователни мостови. Пред секој мост има куп со златници (најмалку 101). Пред да се качи на мостот Малер мора или да земе 101 златник од купот или да остави во купот половина од златниците кои ги има со себе, но само доколку овој број е позитивен и парен. Преку секој мост Малер може да помине носејќи најмногу 2026 златници. Ако пред првиот мост Малер нема златници, кој е најголемиот број на златници кои Малер може да ги пренесе преку последниот мост? (Образложете го одговорот.)

Задача 2. Нека a , b , c и d се природни броеви такви што $abcd = 2026^3$. Докажете дека

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 > \sqrt{2}(ab + bc + cd + da).$$

Задача 3. Даден е четириаголник $ABCD$ таков што $AB \nparallel CD$ и $AD \nparallel BC$. Нека AB и DC се сечат во E , AD и BC се сечат во F , а AC и BD се сечат во G . Средишните точки на страните AB , BC , CD , и DA се K , L , M , и N , соодветно. Докажете дека G лежи на радикалната оска на кружниците опишани околу $\triangle KME$ и $\triangle LNF$.



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

Време: 4 саати и 30 минути.
Секоја задача вреди 7 поени.



СЕДМИ МЕМОРИЈАЛЕН МАТЕМАТИЧКИ НАТПРЕВАР

АЛЕКСАНДАР БЛАЖЕВСКИ - ЦАНЕ

КАТЕГОРИЈА: СЕНИОРИ

Ден 2: Недела, 25. Јануари 2026

Задача 4. За природен број k велиме дека е *незгоден* доколку од шаховски обоена 8×8 табла може да се отстранат k бели и k црни полиња така што преостанатата фалична табла не може да се паркетира со домина 2×1 . Кој е најмалиот незгоден број?

Задача 5. Даден е четириаголник $ABCD$. Правите AB и CD се сечат во M , а правите BC и DA во N така што C е меѓу D и M и меѓу B и N . Нека P е подвижна точка на отсечката MN , а Q е втората пресечна точка на опишаните кружници околу $\triangle APN$ и $\triangle CMP$ (различна од P). Докажете дека правата PQ минува низ фиксна точка независна од положбата на P .

Задача 6. Дадена е бесконечна низа од позитивни цели броеви $a_1, a_2, a_3, \dots$ таква што $a_1 > 1$ и $(2^{a_n} - 1)a_{n+1}$ е полн квадрат за секој $n \geq 1$. Дали е можно два члена на низата да се еднакви? (Образложете го одговорот.)



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

Време: 4 саати и 30 минути.
Секоја задача вреди 7 поени.