



СЕДМИ МЕМОРИЈАЛЕН МАТЕМАТИЧКИ НАТПРЕВАР

АЛЕКСАНДАР БЛАЖЕВСКИ - ЦАНЕ

КАТЕГОРИЈА: ЈУНИОРИ

Ден 1: Сабота, 24. Јануари 2026

Задача 1. Нека P е точка во внатрешноста на $\triangle ABC$, а M е пресечната точка на AP и BC . Опишаната кружница околу $\triangle BMP$ ја сече страната AB по втор пат во точка K , а опишаната кружница околу $\triangle CMP$ ја сече страната AC по втор пат во точка L . Точката O е центар на опишаната кружница околу $\triangle ABC$. Докажете дека $AO \perp KL$.

Задача 2. Малер се наоѓа пред 101 последователни мостови. Пред секој мост има куп со златници (најмалку 101). Пред да се качи на мостот Малер мора или да земе 101 златник од купот или да остави во купот половина од златниците кои ги има со себе, но само доколку овој број е позитивен и парен. Преку секој мост Малер може да помине носејќи најмногу 2026 златници. Ако пред првиот мост Малер нема златници, кој е најголемиот број на златници кои Малер може да ги пренесе преку последниот мост? (Образложете го одговорот.)

Задача 3. Нека a, b, c и d се природни броеви такви што $abcd = 2026^3$. Докажете дека

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 > \sqrt{2}(ab + bc + cd + da).$$



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

Време: 4 саати и 30 минути.
Секоја задача вреди 7 поени.



СЕДМИ МЕМОРИЈАЛЕН МАТЕМАТИЧКИ НАТПРЕВАР

АЛЕКСАНДАР БЛАЖЕВСКИ - ЦАНЕ

КАТЕГОРИЈА: ЈУНИОРИ

Ден 2: Недела, 25. Јануари 2026

Задача 4. Нека x , y и z се позитивни реални броеви такви што $x + y + z = 3$ и нека n е позитивен цел број. Докажете дека

$$((n+1)x - n)^2 + ((n+1)y - n)^2 + ((n+1)z - n)^2 \geq 3.$$

Кога важи равенство?

Задача 5. За природен број k велиме дека е *незгоден* доколку од шаховски обоена 8×8 табла може да се отстранат k бели и k црни полиња така што преостанатата фалична табла не може да се паркетира со домина 2×1 . Кој е најмалиот незгоден број?

Задача 6. Даден е четириаголник $ABCD$. Правите AB и CD се сечат во M , а правите BC и DA во N така што C е меѓу D и M и меѓу B и N . Нека P е подвижна точка на отсечката MN , а Q е втората пресечна точка на опишаните кружници околу $\triangle APN$ и $\triangle CMP$ (различна од P). Докажете дека правата PQ минува низ фиксна точка независна од положбата на P .



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА

Време: 4 саати и 30 минути.
Секоја задача вреди 7 поени.