



**45 РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА**

12.03.2022

Трета година / А група

1. Најди ги сите вредности на параметарот a , за кои што множеството решенија на неравенката $6x^2 + 4a^2 + 6ax - 3x - 24a + 35 < 0$ содржи барем еден цел број.
2. Познато е дека $a^x = b^y = c^z = 30^w$ и $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{w}$, каде a, b, c се природни броеви, а x, y, z, w се реални броеви. Одреди го збирот $a + b + c$.
3. Во триаголник ABC , CD е висината во триаголникот спуштена од темето C и точката H е ортоцентарот на триаголникот. Нека точката K е центар на кружница која што минува низ точката D и нека правата BH е тангентата на кружницата со допирна точка H . Докажи дека правата DK ја преполовува страната AC .
4. Одреди ја максималната вредност на изразот $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ за $x \in \left[-\frac{5\pi}{12}, -\frac{\pi}{3}\right]$.



**45 РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА**

12.03.2022

Трета година / А група

1. Најди ги сите вредности на параметарот a , за кои што множеството решенија на неравенката $6x^2 + 4a^2 + 6ax - 3x - 24a + 35 < 0$ содржи барем еден цел број.
2. Познато е дека $a^x = b^y = c^z = 30^w$ и $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{w}$, каде a, b, c се природни броеви, а x, y, z, w се реални броеви. Одреди го збирот $a + b + c$.
3. Во триаголник ABC , CD е висината во триаголникот спуштена од темето C и точката H е ортоцентарот на триаголникот. Нека точката K е центар на кружница која што минува низ точката D и нека правата BH е тангентата на кружницата со допирна точка H . Докажи дека правата DK ја преполовува страната AC .
4. Одреди ја максималната вредност на изразот $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ за $x \in \left[-\frac{5\pi}{12}, -\frac{\pi}{3}\right]$.