



**45 РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА**

12.03.2022

Втора година / Б група

1. Ако за ненултите реални броеви a, b и c важат равенствата $a^2 + a = b^2$, $b^2 + b = c^2$ и $c^2 + c = a^2$, одреди ја вредноста на изразот $(a-b)(b-c)(c-a)$.
2. Докажи дека за секои реални броеви a, b и c равенката
$$3(a+b+c)x^2 + 4(ab+bc+ca)x + 4abc = 0$$
има реални решенија. При кои услови решенијата на равенката се еднакви меѓу себе?
3. Симетралата на аголот ABC и симетралата на аголот BCD во трапез $ABCD$, се сечат во точка M на кракот AD на трапезот. Пресметај ја плоштината на трапезот $ABCD$, ако се познати $\overline{MB} = p$, $\overline{MC} = q$ и висината на трапезот h (h е растојанието меѓу основите AB и CD на трапезот).
4. Најди ги сите прости броеви p за кои системот
$$\begin{cases} p + 49 = 2x^2 \\ p^2 + 49 = 2y^2 \end{cases}$$
 има решение во природните броеви (x, y се природни броеви).



**45 РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА**

12.03.2022

Втора година / Б група

1. Ако за ненултите реални броеви a, b и c важат равенствата $a^2 + a = b^2$, $b^2 + b = c^2$ и $c^2 + c = a^2$, одреди ја вредноста на изразот $(a-b)(b-c)(c-a)$.
2. Докажи дека за секои реални броеви a, b и c равенката
$$3(a+b+c)x^2 + 4(ab+bc+ca)x + 4abc = 0$$
има реални решенија. При кои услови решенијата на равенката се еднакви меѓу себе?
3. Симетралата на аголот ABC и симетралата на аголот BCD во трапез $ABCD$, се сечат во точка M на кракот AD на трапезот. Пресметај ја плоштината на трапезот $ABCD$, ако се познати $\overline{MB} = p$, $\overline{MC} = q$ и висината на трапезот h (h е растојанието меѓу основите AB и CD на трапезот).
4. Најди ги сите прости броеви p за кои системот
$$\begin{cases} p + 49 = 2x^2 \\ p^2 + 49 = 2y^2 \end{cases}$$
 има решение во природните броеви (x, y се природни броеви).