



**45 РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА**

12.03.2022

Втора година / А група

1. Реши го системот равенки
$$\begin{cases} x\sqrt{x} + 27y\sqrt{x} = 36 \\ 27y\sqrt{y} + 9x\sqrt{y} = 28 \end{cases}.$$
2. Докажи дека за секои реални броеви a , b и c , равенката
$$3(a+b+c)x^2 + 4(ab+bc+ca)x + 4abc = 0$$
 има реални решенија. При кои услови решенијата на равенката се еднакви меѓу себе?
3. Нека M и N се средини на страните AB и CD на конвексниот четириаголник $ABCD$. Докажи дека $P_{\triangle ABN} + P_{\triangle CDM} = P_{\square ABCD}$.
4. Најди ги сите прости броеви p за кои системот
$$\begin{cases} p + 49 = 2x^2 \\ p^2 + 49 = 2y^2 \end{cases}$$
 има решение во природните броеви (x, y се природни броеви).



**45 РЕГИОНАЛЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА**

12.03.2022

Втора година / А група

1. Реши го системот равенки
$$\begin{cases} x\sqrt{x} + 27y\sqrt{x} = 36 \\ 27y\sqrt{y} + 9x\sqrt{y} = 28 \end{cases}.$$
2. Докажи дека за секои реални броеви a , b и c , равенката
$$3(a+b+c)x^2 + 4(ab+bc+ca)x + 4abc = 0$$
 има реални решенија. При кои услови решенијата на равенката се еднакви меѓу себе?
3. Нека M и N се средини на страните AB и CD на конвексниот четириаголник $ABCD$. Докажи дека $P_{\triangle ABN} + P_{\triangle CDM} = P_{\square ABCD}$.
4. Најди ги сите прости броеви p за кои системот
$$\begin{cases} p + 49 = 2x^2 \\ p^2 + 49 = 2y^2 \end{cases}$$
 има решение во природните броеви (x, y се природни броеви).