

ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ
УЧИЛИШТА 2022

Трета година/А група

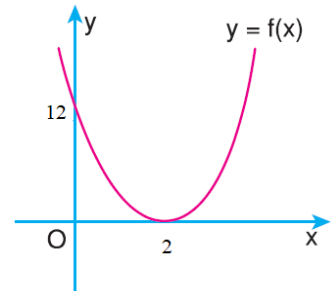
Изберете еден од понудените одговори.

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. За параболата $y = f(x)$ дадена на цртежот, најди го $f(10)$.

- А 24 Б 192 В 240
Г 2 Д друга вредност

Одговор. Б



2. Во една кутија има 1000 топки од кои 5% се сини, а останатите се црвени. По отстранување на одреден број црвени топки од кутијата, бројот на сини топки е 10% од преостанатите топки во кутијата. Колку црвени топки останале во кутијата?

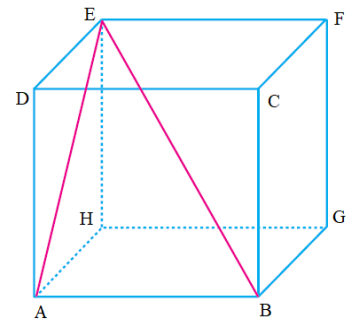
- А 900 Б 850 В 5000 Г 450 Д друга вредност

Одговор. Г

3. Дадена е коцката $ABCDEFGH$. Колку е $\sin \angle ABE$?

- А $\frac{1}{2}$ Б $\sqrt{2}$ В $\frac{1}{\sqrt{2}}$
Г $\frac{\sqrt{6}}{3}$ Д друга вредност

Одговор. Г

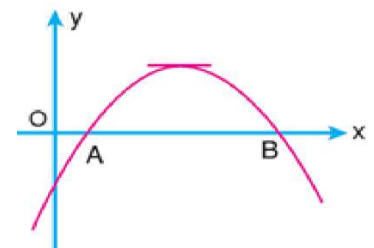


Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Дадена е параболата $y = -x^2 + 6x + 3m - 9$ (види цртеж), за чии точки A и B важи $5 \cdot \overline{OA} = \overline{OB}$. Одреди ја вредноста на параметарот m .

- А $\frac{2}{3}$ Б $\frac{3}{4}$ В $\frac{4}{3}$ Г $\frac{5}{2}$ Д $\frac{2}{5}$

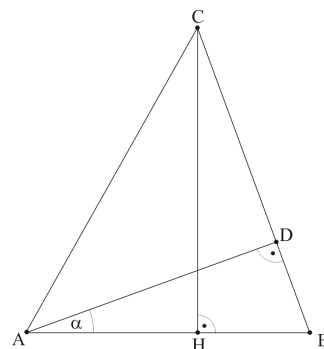
Одговор. В



5. Даден е триаголникот ABC и за него, според ознаките на цртежот, е познато дека $\overline{BH} = 10$ и $\overline{BC} = 16$. Ако $\angle DAB = \alpha$, колку изнесува $\text{ctg } \alpha$?

- А $\frac{\sqrt{39}}{5}$ Б 1 В $\frac{3}{4}$ Г $\frac{\sqrt{41}}{5}$ Д $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Одговор. А



6. Кој од дадените броеви не може да е вредност на функцијата $f(x) = x^2 - 2x + 5$?

- А 0 Б 4 В 10 Г 10^{10} Д ниту еден

Одговор. А

7. Последната цифра на бројот $4 + 5^2 + 4^3 + 5^4 + \dots + 4^{2021} + 5^{2022}$ е:

- А 0 Б 4 В 5 Г 9 Д 2

Одговор. Г

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. За кое од следниве множества важи неравенството $\sin x \leq \sin 3x$?

- А $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ Б $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{61\pi}{100}, \pi\right]$ В $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$
 Г $\left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{79\pi}{100}, \pi\right]$ Д $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{95\pi}{100}, \pi\right]$

Одговор. Д

9. Ако $5^{10x} = 4900$ и $2^{\sqrt{y}} = 25$, пресметај ја вредноста на изразот $5^{5(x-1)} \cdot 4^{\sqrt{y}}$.

- А 0 Б 14 В 5 Г 10 Д 20

Одговор. Б

10. Избрани се два броја a и b од множеството $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$, така што производот ab е еднаков на збирот од останатите броеви од множеството. Колку изнесува $|a - b|$?

- А. 15 Б. 11 В. 9 Г. 6 Д. 1

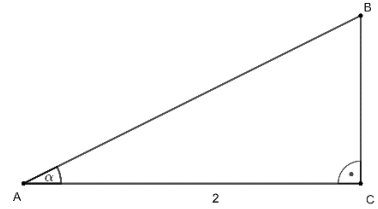
Одговор. Г

Во следните задачи внесете го решението како цел ненегативен број (без единица мерка).

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

11. Најди го периметарот на правоаголниот триаголник ABC , ако се знае дека $\overline{AC} = 2$ и $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.

Одговор. 6



12. Ако $\frac{\sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \dots + \sin^2 85^\circ}{\operatorname{tg} 10^\circ \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \dots \operatorname{tg} 80^\circ} = a$, најди ја вредноста на $2 \cdot a$.

Одговор. 17

13. Познато е дека важи равенството $2 - \cos^2 \alpha = 3 \sin \alpha \cos \alpha$. Да се најде вредноста $2 \operatorname{tg} \alpha$, ако се знае дека $\sin \alpha \neq \cos \alpha$, $\cos \alpha \neq 0$.

Одговор. 1

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени.

14. Нека $f(x) = -x^2 + bx + c$ е квадратна функција со теме во точката $(3, 2)$. Ако x_1 и x_2 се нулите на функцијата, пресметај ја вредноста на изразот $(x_1 - x_2)^2$.

Одговор. 8

15. Да се најде $\frac{24x}{\pi}$ ако за $0 < x < \frac{\pi}{2}$ важи $4 \log_{16}(\cos 2x) + 2 \log_4(\sin x) + \log_2(\cos x) + 3 = 0$.

Одговор. 1

16. Најди го збирот на сите позитивни решенија на равенката $(x^2 + 5x + 5)^{x^2 - 10x + 21} = 1$.

Одговор. 10

17. Ако A е збирот на решенијата на равенката $|\sin x - \cos x| - |\sin x + \cos x| = 1$ кои се наоѓаат на интервалот $[0, 2\pi]$, пресметај $\frac{16}{\pi} A$.

Одговор. 24

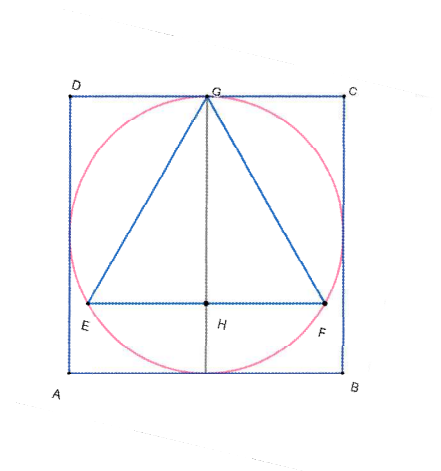
Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Нека x , y и z се позитивни реални броеви. Најди ја најмалата вредност за изразот

$$\left(\frac{x}{y} + 2\right)\left(\frac{y}{z} + 2\right)\left(\frac{z}{x} + 2\right)$$

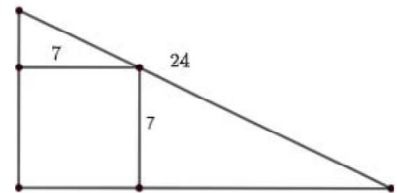
Одговор. 27

19. Во еден квадрат е впишана крушница, а во неа е впишан рамностран триаголник (цртеж). Ако P_1 е плоштината на квадратот и P_2 е плоштината на триаголникот, најди ја вредноста на $\frac{P_1}{P_2} \cdot 3\sqrt{3}$.



Одговор. 16

20. Во правоаголен триаголник со хипотенуза со должина 24, впишан е квадрат со страна 7, како на сликата. Колку е плоштината на правоаголниот триаголник?



Одговор. 112