

ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД СРЕДНИТЕ
УЧИЛИШТА 2022

Прва година/ А група

Избери еден од понудените одговори или внеси цел ненегативен број (без мерна единица).

Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.

1. Вредноста на алгебарскиот израз $\frac{a^3 - b^3}{a + b - \frac{ab}{a + b}} - \frac{a^3 + b^3}{a - b + \frac{ab}{a - b}}$ за $a = -3$ и $b = 2$ изнесува:

- А) -5 Б) 0 В) 5 Г) 10 Д) $\frac{1}{4}$

Одговор: Б

2. Бројот a е составен од 66 единици и 44 тројки. Кој/и од следните искази е точен:

p : Бројот a е делив со 3.

q : Бројот a е делив со 6.

r : Бројот a е прост број.

s : Бројот a не е делив со 2.

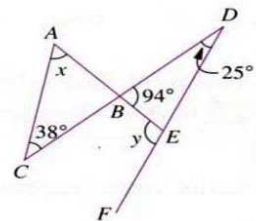
- А) Само p, q и s . Б) Само s . В) Само p и r .
Г) Само p и s . Д) Ниеден од исказите

Одговор: Г

3. Колку степени изнесува збирот на аглите означени со x и y на сликата?

(Внеси ја вредноста без знакот за степен)

Одговор: 167



Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.

4. Дадена е функцијата $f(x) = x + 1$. Колку изнесува вредноста на изразот

$$f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2021)?$$

- А) 2022 Б) 2043231 В) 2041210
Г) 4 086 462 Д) ниеден од понудените одговори

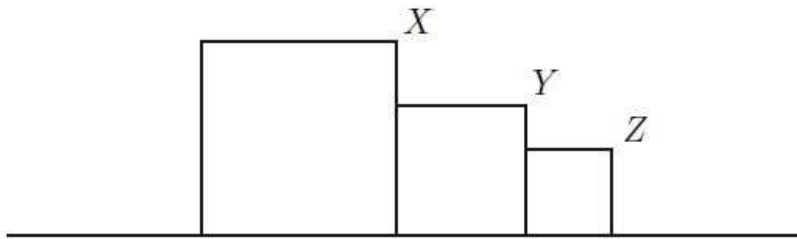
Одговор: Д

5. На табла се напишани 10 трицифрени природни броеви. Кои било два од нив имаат различна последна цифра и кои било два од нив различна претпоследна цифра. Ако S е збирот на сите 10 броеви запишани на таблата, колку изнесува збирот на последните две цифри на бројот S ?

- А) 10 Б) 9 В) 14 Г) 5 Д) 0

Одговор: В

6. Три квадрати со различна големина се поставени како на цртежот така што темињата X , Y и Z се колинеарни (лежат на иста права).



Одреди ја должината на страната на најголемиот квадрат (во сантиметри), ако должините на страните на другите два квадрати се 6cm и 4cm. (Внеси ја вредноста без единицата мерка.)

Одговор: 9

7. Дадена е функцијата $f(x) = 2px - 1$, каде што p е прост број. Кој/и од следните изкази е точен:

q : Функцијата е растечка, за секој прост број p .

r : $f(0) = p - 1$

s : За $p = 2$, точката со координати $(2022, 8087)$ лежи на графикот на функцијата.

t : Исказите q, r, s се вистинити искази.

- А) Само r, s и t . Б) Само s . В) Само q и s .
Г) Само t и s . Д) ниеден од исказите

Одговор: В

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

8. За колку различни множества $X \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ важи $X \cap \{3, 4, 5\} = \{4, 5\}$.

- А) 0 Б) 6 В) 7 Г) 8 Д) 16

Одговор: Г

9. На прашањето кој од петте ученици (Ана, Билјана, Весна, Горан и Дарко) јаде грашок добиени се следните одговори:

- 1) „Ако Горан јаде грашок, тогаш и Дарко јаде грашок.“
- 2) „Барем едно од девојчињата јаде грашок.“
- 3) „Најмногу едно од момчињата јаде грашок.“
- 4) „Ана и Горан или двајцата јадат грашок или двајцата не јадат грашок.“
- 5) „Ако Дарко не јаде грашок, тогаш не јадат ни Билјана, ни Весна.“

Секој од дадените одговори е точен. Одреди кој од следните искази е точен:

- А) „Горан јаде грашок.“
- Б) „Билјана или Весна јадат грашок.“
- В) „Ако Дарко јаде грашок, тогаш и Ана јаде грашок.“
- Г) „Ана и Билјана јадат грашок.“
- Д) „Билјана и Весна не јадат грашок.“

Одговор. Б

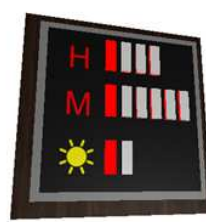
10. Јован за подарок добил часовник на кој има три реда сијалички, во првиот ред четири, во вториот ред шест и во третиот ред две сијалички. Тој знае само дека првиот ред ги покажува часовите, а вториот ред минутите. Кога било 11 часот и 59 минути претпладне, тогаш во првиот ред светеле првата, третата и четвртата сијаличка, во вториот ред светеле првата, втората, третата, петтата и шестата сијаличка, а во третиот ред светела првата сијаличка (слика 1). Од друга страна, кога било 4 часот и 4 минути попладне забележал дека светеле сијаличките кои претходно не светеле, а не светеле сијаличките кои претходно светеле (слика 2). Сијаличките светат ако се означени во црвена боја.



1)



2)



3)



4)

Одреди после колку време, од времето прикажано на слика 3), кога светат само првите сијалички во секој ред, по прв пат ќе светат само последните сијалички во секој ред како на слика 4).

- А) 15 часа 7 мин. Б) 4 часа 29 мин. В) 1 час 1 мин.
- Г) 7 часа 31 мин. Д) 3 часа 7 мин.

Одговор. Б

Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.

11. За еден број велиме дека е *триделив* ако има точно три делители. Колку изнесува збирот на најмалите три триделиви природни броеви?

Одговор: 38

12. Бочната плоштина на еден рамностран цилиндар (цилиндар кај кој дијаметарот на основата е еднаков на висината на цилиндарот) е $64\pi \text{ cm}^2$. Нека плоштината на цилиндарот е $x \text{ cm}^2$, а волуменот е $y \text{ cm}^3$. Притоа, мерниот број на плоштината x е $p\%$ од мерниот број на волуменот y . Колку изнесува вредноста p ?

Одговор: 75

13. Броителот на дробката од облик $\frac{a}{b}$ е за за 2 помал од нејзиниот именител. Ако броителот се намали за $\frac{1}{2}$, а именителот се зголеми за $\frac{1}{4}$, тогаш се добива дробката $\frac{10}{21}$. Колку изнесува вредноста на изразот $a+b$?

Одговор: 8

Следните четири задачи се бодуваат со 6 поени.

14. Одреди го најмалиот четирицифрен број делив со 7, кој при делење со 8, 9 и 10 дава остаток 2.

Одговор: 1442

15. Од 1000 железни блокови во форма на квадар, секој од нив со должина 15 cm и еднаква ширина и висина, со топење и повторно моделирање, изработен е еден голем железен блок во форма на квадар со должина 12 dm, ширина 1 m и висина 8 dm. Колку изнесува збирот на должината, ширината и висината (во сантиметри) на еден од помалите железни блокови? (Внеси ја вредноста без единицата мерка.)

Одговор: 31

16. Колку изнесува апсолутната вредност на збирот на коефициентите на полиномот $P(x) = (x+2)(3x-7) - (x-6)(2x-7)(x-1) - 15$ по неговото сведување во нормален вид?

Одговор: 27

17. Дадени се три паралелни прави r , s и t , така што s е меѓу r и t . Трите прави се пресечени со правите m и n , при што пресечните точки на правата m со правите r , s и t се A , B и C

соодветно, а пресечните точки на правата n со правите r , s и t се A_1 , B_1 и C_1 соодветно. Притоа, $\overline{AB} = 2x + 3$, $\overline{BC} = \frac{2y-1}{2}$, $\overline{A_1B_1} = y$ и $\overline{B_1C_1} = \frac{x+2}{2}$. Ако $x + y = 4$, одреди ја должината \overline{AB} .

Одговор: 5

Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.

18. Производот на два двоцифрени броја е запишан само со седмици. Одреди го збирот на броевите.

Одговор: 58

19. Даден е квадрат $ABCD$ со должина на страна $4\sqrt{2}$ и во него е впишан четириаголникот $A_1B_1C_1D_1$ т.ш. A_1, B_1, C_1, D_1 се средините на страните DA, AB, BC, CD , соодветно. Плоштината на делот од впишаниот круг во квадратот $ABCD$ што се наоѓа надвор од четириаголникот $A_1B_1C_1D_1$ претстави ја во облик $x + y\pi$, каде $x, y \in \mathbb{R}$. Колку изнесува вредноста на изразот $|x + y|$?

Одговор: 8

20. Колку изнесува вредноста на изразот $a^3b + ab^3$, ако $a^4 + b^4 = 97$ и $a^2 + b^2 = 13$, за $a, b \in \mathbb{N}$?

Одговор: 78