

**ОПШТИНСКИ НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД  
СРЕДНИТЕ УЧИЛИШТА 2022**

**Четврта година / Б група**

**Изберете еден од понудените одговори.**

**Следните три задачи се бодуваат со 3 поени.**

**1.** Ако збирот на  $k$  последователни природни броеви е 45, која е најголемата можна вредност на  $k$ ?

A. 3                      Б. 5                      В. 7                      Г. 9                      Д. 11

**Одговор. Г**

**2.** Низата на Фибоначи започнува со броевите 1,1,2,3,5,8,13,... (после дадените први два члена 1 и 1, секој нареден член е збир од претходните два). Ако 36-от член на низата е 14 930 352 и 38-от член е 39 088 169, колку изнесува 40-от член на низата?

A. 63 245 997                      Б. 63 245 986                      В. 102 334 153  
Г. 102 334 154                      Д. 102 334 155

**Одговор. Д**

**3.** За природен број  $n$ , со  $P(n)$  го означуваме производот на цифрите на бројот  $n$ , додека со  $S(n)$  збирот на цифрите на бројот  $n$ . За колку двоцифрени броеви важи  $P(n) + S(n) = n$ ?

A. 3                      Б. 8                      В. 9                      Г. 13                      Д. 23

**Одговор. В**

**Следните четири задачи се бодуваат со 4 поени.**

**4.** Колку пермутации  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  на множеството  $\{1, 2, 3, 4\}$  го имаат својството: изразот  $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1$  не е делив со 3?

A. 6                      Б. 8                      В. 12                      Г. 14                      Д. 16

**Одговор. Б**

5. Даме си игра на три ескалатори во еден мол. Едниот од ескалаторите се движи надолу, другиот нагоре, а третиот е расипан; ескалаторите во сè останато се идентични. Ескалаторите кои одат нагоре и надолу се движат со иста брзина. Претпоставуваме дека Даме трча со константна брзина. По ескалаторот кој оди нагоре Даме се качува за 6 секунди, а по оној што оди надолу се качува за 30 секунди. За колку секунди ќе се качи по ескалаторот што не работи?

- A. 10                      Б. 12                      В. 14                      Г. 16                      Д. 18

**Одговор. А**

6. Во една населба, точно една петтина од вкупниот број жители се темнокоси жени, а истиот број се светлокоси мажи. Ако точно четири седмини од жените се светлокоси и притоа се знае дека жените во оваа населба се или со светла или со темна коса, кој од понудените одговори е можниот вкупен број на жители во населбата?

- A. 700                      Б. 800                      В. 900                      Г. 1000                      Д. 1100

**Одговор. В**

7. Познато е дека секој жител на Логичната Земја е или тапчо или сезнајко. Тапчовците даваат секогаш неточни, а сезнајковците секогаш точни искази. Еден случаен минувач го наслушнал следниов разговор помеѓу Ане, Боро и Ване, жители на Логичната Земја:

Ане: „Боро и Ване се и двајцата тапчовци!“

Боро: „Тоа е точно.“

Колкумина од Ане, Боро и Ване се тапчовци?

- A. 0                      Б. 1                      В. 2                      Г. 3                      Д. не може да се каже

**Одговор. В**

**Следните три задачи се бодуваат со 5 поени.**

8. Познато е дека постои само еден четирицифрен број  $n$  за кој  $\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{n}}}$  е природен број. Колку изнесува збирот на цифрите на бројот  $n$ ?

- A. 17                      Б. 18                      В. 19                      Г. 20                      Д. 21

**Одговор. Б**

9. Нека  $x$ ,  $y$  и  $z$  се природни броеви такви што:

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{26}{21} .$$

Колку изнесува  $xyz$  ?

- А. 20            Б. 24            В. 28            Г. 32            Д. 36

**Одговор. А**

10. Избрани се два броја  $a$  и  $b$  од множеството  $\{1, 2, 3, \dots, 26\}$ , така што производот  $ab$  е еднаков на збирот од останатите броеви од множеството. Колку изнесува  $|a - b|$  ?

- А. 15            Б. 11            В. 9            Г. 6            Д. 1

**Одговор. Г**

**Во следните задачи внесете го одговорот (ненегативен цел број без единица мерка) или изберете го точниот одговор.**

**Следните 3 задачи се бодуваат со 5 поени.**

11. Аритметичката средина на деветте броеви  $\{9, 99, 999, \dots, 999999999\}$  е 9-цифрен број  $M$  чии цифри се различни. Која цифра не се јавува во декадниот запис на бројот  $M$  ?

**Одговор. 0**

12. Равенката  $z^4 + z^3 + 2z^2 + 2z + 4 = 0$  има комплексен корен чии реален и имагинарен дел се еднакви. Најди го бројот кој е за 5 поголем од реалниот дел на тој корен.

**Одговор. 4**

13. Колку точни кубови на природни броеви се делители на бројот  $3! \cdot 5! \cdot 7!$  ?

**Одговор. Д**

**Следните 3 задачи се бодуваат со 6 поени.**

14. На кошаркарски турнир учествувале 8 екипи и притоа секоја екипа одиграла точно по еден натпревар со секоја од останатите екипи. За победа екипите добиваат по 2 поена, за пораз 0 поени (на турнирот немало нерешен натпревар). Екипите освоиле 14, 12, 8, 8, 6, 4, 2, 2 поени, редоследно. Колку натпревари последните четири екипи на табелата имат изгубено од првите четири екипи?

**Одговор. Д**

15. За секој ненегативен цел број  $n$  дефинираме број  $A_n = 2^{3n} + 3^{6n+2} + 5^{6n+2}$ . Најдете го најголемиот заеднички делител на броевите  $A_0, A_1, \dots, A_{2022}$ .

**Одговор. 7**

16. Во секое теме на една коцка запишан е различен број од множеството  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Збирот на броевите кои се наоѓаат во темињата на сидовите на коцката е константен (ист за секој сид) и не е делив со бројот кој не е запишан во темињата на коцката. Определи го бројот кој не е запишан во ниту едно теме на коцката.

**Одговор. 7**

17. Нека  $x, y$  се позитивни реални броеви за кои важи  $x^3 + y^3 + (x + y)^3 + 30xy = 2000$ .

Пресметај ја вредноста  $x + y$ .

**Одговор. 10**

**Следните три задачи се бодуваат со 7 поени.**

18. Нека  $x, y$  и  $z$  се позитивни реални броеви. Најди ја најмалата вредност за изразот

$$\left(\frac{x}{y} + 2\right)\left(\frac{y}{z} + 2\right)\left(\frac{z}{x} + 2\right)$$

**Одговор. 27**

19. При ротација со центар во точката  $M$  и агол  $\alpha$  (во насока спротивна на насоката на стрелките на часовникот) точката  $A(1, 2)$  се пресликува во точката  $A_1(6, 5)$  додека точката  $B(1, 4)$  се пресликува во точката  $B_1(4, 5)$ . Пресметај го збирот на координатите на точката  $M$ .

**Одговор. 8**

20. Нека  $p$  е цел број. Познато е дека корените на равенката  $x^3 + 2px^2 - px + 10 = 0$

се три последователни членови на аритметичка прогресија. Пресметај го збирот на корените на равенката.

**Одговор. 6**