



ВТОР МЕМОРИЈАЛЕН МАТЕМАТИЧКИ НАТПРЕВАР

АЛЕКСАНДАР БЛАЖЕВСКИ - ЦАНЕ

ДЕН 2

Недела, 10. Јануари 2021

Задача 4. Најдете ги сите природни броеви n што имаат точно $\sqrt{n+1}$ природни делители.

Задача 5. Нека O е центар на опишаната кружница околу $\triangle ABC$, и нека симетралите на отсечките OA, OB и OC ги пресекуваат правите BC, CA и AB , соодветно, во точки D, E и F . Докажете дека D, E, F се колинеарни.

Задача 6. Нека \mathbb{R}^+ е множеството позитивни реални броеви. Најдете ги сите функции $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ такви што за секои $x, y \in \mathbb{R}^+$ важи

$$f(x)f(y) = f(y)f(xf(y)) + \frac{1}{xy}.$$

*Време: 4 саати и 30 минути.
Секоја задача вреди 7 поени.*