



**XLV ДРЖАВЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД ОСНОВНИТЕ УЧИЛИШТА
22-23.08.2020 година**

7 одделение

1. Предната гума на еден мотоцикл се потрошува после поминати 25000 km, а задната после 15000 km. После колку поминати километри треба да се сменат местата на гумите за тие истовремено да се потрошат? После колку поминати километри моторциклистот мора да стави нови гуми?

Решение: За да се потрошат подеднакво гумите, мораат да поминат ист број километри на предното и на задното тркало. Да претпоставиме дека секоја гума поминува x km на предното и x km на задното тркало додека целосно се потроши. Тогаш непознатата x го задоволува условот $\frac{1}{25000} + \frac{1}{15000} = \frac{1}{x}$. Оттука, $x = 9375$ km. Мотоциклистот треба да ги смени местата на гумите после поминати 9375 km, а после 18750 km ќе мора да стави нови гуми.

2. Јован и Гоце со своите синови биле на риболов. Јован уловил риби исто колку и неговиот син, а Гоце три пати повеќе од неговиот син. Вкупно уловиле 25 риби. Синот на Јован се вика Ристо. Како се вика синот на Гоце?

Решение: Нека Јован уловил x риби. Толку уловил и неговиот син Ристо. Ако синот на Гоце уловил y риби, тогаш Гоце уловил $3y$ риби. Доколку на риболовот биле четворица, тогаш сите заедно би уловиле $2x + 4y = 25$. Ова не е можно, бидејќи $2x + 4y$ е парен број, а 25 е непарен број. Следува дека на риболовот биле тројца, што повлекува дека Јован е син на Гоце. (Така имаме $x + x + 3x = 25$. Значи, Јован и Ристо уловиле по 5 риби, а Гоце 15.)

3. Докажи дека во секој правоаголен триаголник, должината на тежишната линија кон хипотенузата е половина од хипотенузата.

Решение: Нека M е средина а s е симетрала на катетата BC .

Нека правата s ја сече хипотенузата AB во точка N .

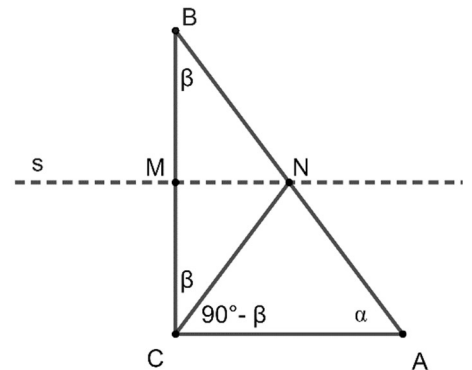
Бидејќи N е точка од симетралата s , значи дека $\overline{BN} = \overline{CN}$.

Следи дека $\triangle BCN$ е рамнокрак, па $\sphericalangle BCN = \beta$.

За правоаголниот триаголник ABC важи $\alpha = 90^\circ - \beta$. Истовремено

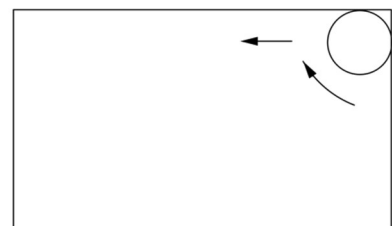
$\sphericalangle ACN = 90^\circ - \beta$, што дава $\sphericalangle ACN = \sphericalangle CAN = \alpha$. Значи, $\overline{AN} = \overline{CN}$.

Според тоа, $\overline{BN} = \overline{AN}$, па точката N е средина на хипотенузата AB и должината на тежишната линија е еднаква на половина од хипотенузата.



4. Круг со радиус 3cm се тркала по страните на правоаголник со должина 25 cm и ширина 20 cm, од внатрешната страна, како на сликата. Одреди ја плоштината на оној дел од правоаголникот кој не се покрива при тркалањето.

(Земи дека $\pi = 3,14$.)





**XLV ДРЖАВЕН НАТПРЕВАР ПО МАТЕМАТИКА
ЗА УЧЕНИЦИТЕ ОД ОСНОВНИТЕ УЧИЛИШТА
22-23.08.2020 година**

Решение: Не се покрива правоаголник со страни $20 - 2 \cdot 6 = 8$ cm и $25 - 2 \cdot 6 = 13$ cm, како и четири делови во аглиите на дадениот правоаголник (обоените делови на сликата).
Значи, плоштината на непокриениот дел е $8 \cdot 13 + 6^2 - 3^2\pi \approx 104 + 36 - 9 \cdot 3,14 = 111,74$ cm².

