



ПРВ МЕМОРИЈАЛЕН МАТЕМАТИЧКИ НАТПРЕВАР

АЛЕКСАНДАР БЛАЖЕВСКИ - ЦАНЕ

17.11.2019

1. Даден е конвексен четириаголник $ABCD$ во кој симетралите на внатрешните $\angle ABC$ и $\angle ADC$ имаат заедничка точка на дијагоналата AC . Докажете дека симетралите на внатрешните $\angle BAD$ и $\angle BCD$ имаат заедничка точка на дијагоналата BD .

(7 поени)

2. Во секое 1×1 квадратче од $m \times n$ табла е запишан по еден позитивен цел број. Дозволени се следниве трансформации:

(1) Во произволно избрана редица од таблата сите броеви да се намалат за 1.

(2) Во произволно избрана колона од таблата сите броеви да се удвојат.

Дали е секогаш возможно, после конечен број чекори, сите броеви запишани на таблата да се еднакви на -1 ? (Одговорот да се образложи.)

(7 поени)

3. За дадени цели броеви $n > 0$ и $k > 1$, нека $F_{n,k}(x, y) = x! + n^k + n + 1 - y^k$. Покажете дека само за конечно многу парови (a, b) од позитивни цели броеви важи $F_{n,k}(a, b) = 0$.

(7 поени)

Време за работа: 4.5 саати.



СОЈУЗ НА МАТЕМАТИЧАРИ НА МАКЕДОНИЈА